УДК 639.2.053:597.555.5(265.53)

О.И. Ильин¹, А.И. Варкентин¹, А.В. Смирнов^{2*}¹ Камчатский научно-исследовательский институт
рыбного хозяйства и океанографии,

683000, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Набережная, 18;

² Тихоокеанский научно-исследовательский рыбохозяйственный центр,
690091, г. Владивосток, пер. Шевченко, 4**ОБ ОДНОМ МОДЕЛЬНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНКЕ СОСТОЯНИЯ
ЗАПАСОВ МИНТАЯ *THERAGRA CHALCOGRAMMA*
В СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ ОХОТСКОГО МОРЯ**

На примере североохотоморского минтая рассматривается один из возможных модельных подходов к оценке состояния запасов морских промысловых видов рыб на основе когортной модели. Оценка состояния запаса и неизвестных параметров модели сводится к решению совместной задачи субоптимальной фильтрации и идентификации.

Ключевые слова: североохотоморский минтай, оценка запасов, когортная модель, обобщенный фильтр Калмана.

Ilyin O.I., Varkentin A.I., Smirnov A.V. On one model approach to assessment of state for the stock of walleye pollock *Theragra chalcogramma* in the northern Okhotsk Sea // Izv. TINRO. — 2016. — Vol. 186. — P. 107–117.

One possible approach to the stock assessment for marine commercial fish species is considered by the example of the Okhotsk Sea pollock. The method is based on cohort modeling. Unknown parameters of the model are selected by solution of the filtration and identification problem.

Key words: northern Okhotsk Sea, walleye pollock, stock assessment, cohort model, extended Kalman filter.

Введение

Одним из важнейших ресурсов отечественного рыболовства является североохотоморский минтай, обитающий в пределах Северо-Охотоморской, Западно-Камчатской и Камчатско-Курильской подзон. В 2014–2015 гг. объемы добычи его составляли 19,3 и 20,0 % общероссийского вылова.

В условиях сокращения финансирования рыбохозяйственной науки все более актуальными становятся методы математического моделирования, не требующие таких больших материальных затрат, как экспедиционные исследования.

* Ильин Олег Игоревич, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, e-mail: ilin.o.i@kamniro.ru; Варкентин Александр Иванович, кандидат биологических наук, заведующий отделом, e-mail: varkentin.a.i@kamniro.ru; Смирнов Анатолий Викторович, заведующий лабораторией, e-mail: anatoliy.smirnov@tinro-center.ru.

Ilyin Oleg I., Ph.D., head of laboratory, e-mail: ilin.o.i@kamniro.ru; Varkentin Aleksander I., Ph.D., head of department, e-mail: varkentin.a.i@kamniro.ru; Smirnov Anatoly V., head of laboratory, e-mail: anatoliy.smirnov@tinro-center.ru.

Исходя из структуры и объема накопленной информации по североохотоморскому минтаю, по нашему мнению, в моделировании динамики запасов этого объекта наиболее перспективно использование статистических когортных моделей и настроечных процедур. На сегодняшний день разработано множество когортных моделей, наиболее популярные доступны на сайте NOAA (<http://nft.nefsc.noaa.gov/>). В настоящее время для оценки состояния запасов при обосновании величины ОДУ североохотоморского минтая используется когортная модель «Синтез» (Ильин и др., 2014). Ранее в КамчатНИРО также предпринимались попытки моделирования динамики возрастной структуры охотоморского минтая на основе модели типа МакКендрика-Фон Фёрстера (Ильин, 2007, 2009).

Оценка состояния запасов морских промысловых биоресурсов, как правило, сводится к задаче определения вектора состояния (численность возрастных, размерных, функциональных групп) по результатам ряда наблюдений. Наблюдения сопровождаются случайными ошибками, а значит, следует говорить не об определении состояния системы, а об его оценивании путем статистической обработки результатов наблюдений. Поскольку моделью рассматриваемой нами системы «запас–промысел» служит система стохастических разностных уравнений регрессии, целесообразно применить методы (суб)оптимальной фильтрации. Подобная схема предлагалась для оценки запаса камчатского краба (Ильин, Иванов, 2015).

Целью настоящей работы является оценка современного состояния запасов минтая в северной части Охотского моря с помощью сепарабельной когортной модели и методов субоптимальной фильтрации.

Материалы и методы

Для оценки состояния запасов североохотоморского минтая использованы следующие данные:

— вылов (млн экз.) минтая по возрастам (2–20 лет) и годам (1963–2015 гг.) промысла в северной части Охотского моря (подзоны 61.05.1, 61.05.2 и 61.05.4). Возрастной состав рассчитывали по размерно-возрастному ключу, составленному по отолитным определениям возраста, отдельно для каждого года. При отсутствии достоверных данных, а также для периода до 1996 г. использовали среднемноголетний размерно-возрастной ключ по данным 1998–2014 гг. С 1995 г. в модель закладывали данные о фактическом вылове минтая с учетом выбросов и использования недостоверных коэффициентов расхода рыбы-сырца на единицу готовой продукции, величины которых оценивались по разработанной в КамчатНИРО методике (Буслов, Варкентин, 2000; Варкентин и др., 2000; Балыкин и др., 2002; Буслов и др., 2006);

— средняя масса рыб (w_{ij}) по возрастам и годам. Вместо отсутствующих данных использовали среднемноголетние значения;

— средняя доля половозрелых рыб (p_{ij}) по возрастным группам и годам, рассчитанная по результатам массовых промеров со вскрытием, выполненных в январе-марте. Вместо отсутствующих данных использовали среднемноголетние значения;

— среднемноголетние мгновенные коэффициенты естественной смертности по возрастам, рассчитанные по методу Гундерсона и Дигерта (Gunderson, Dygert, 1988). Имея среднемноголетние оценки M по наиболее представленным данным возрастным группам (6–8 лет) по методу В.В. Блинова (1977) восстановили смертность для всех возрастов (рис. 1).

Дополнительная информация о состоянии запаса (данные экспедиционных исследований и промысловой статистики):

— данные ихтиопланктонных съемок КамчатНИРО о биомассе нерестового запаса минтая на шельфе западной Камчатки (1972–2011 гг.) (далее по тексту обозначается I_0);

— данные ихтиопланктонных съемок ТИНРО-центра о биомассе нерестового запаса минтая в северной части Охотского моря (1998–2002, 2004–2015 гг.) (I_2);

— данные траловых съемок ТИНРО-центра о биомассе (I_1) и численности (I_3) общего запаса североохотоморского минтая (1998–2002, 2004–2015 гг.);

Рис. 1. Оценки мгновенных коэффициентов естественной смертности по возрастным группам для североохотоморского минтая

Fig. 1. Estimates of natural mortality coefficients for walleye pollock in the northern Okhotsk Sea, by age groups

— данные акустических съемок с базовой технологией (БЭТ) ТИНРО-центра о биомассе (I_2) и численности (I_4) общего запаса минтая в северной части Охотского моря (2001–2002, 2004–2015 гг.);

— данные наблюдателей из числа сотрудников КамчатНИРО об уловах на единицу промыслового усилия (т/час траления) крупнотоннажных судов типа БАТМ (2009–2015 гг.) (U_1).

Уравнения динамики возрастной структуры опираются на закон экспоненциальной убыли численности (Баранов, 1918) и имеют вид

$$N_{i,j} = N_{i-1,j-1} S_{i-1,j-1} \exp(\varepsilon_{i-1,j}^x),$$

$$S_{i,j} = \exp(-Z_{i,j}), Z_{i,j} = M_{i,j} + F_{i,j}, i = 1, 2, \dots, N_y; j = 1, 2, \dots, n_a,$$

где $N_{i,j}$ — численность, ε — ошибка процесса, $S_{i,j}$ — коэффициент выживания, $Z_{i,j}$ — мгновенный коэффициент общей смертности, $M_{i,j}$ — мгновенные коэффициенты естественной смертности, $F_{i,j}$ — мгновенные коэффициенты промысловой смертности в j -й возрастной группе в i -м году.

В соотношениях, определяющих изменения численности возрастных групп во времени, присутствует ошибка процесса ε_x , которая отражает совокупное влияние процессов эмиграции и иммиграции, флуктуации естественной смертности и т.д.

Предполагается, что коэффициенты промысловой смертности могут быть представлены в виде произведения, зависящего только от года фактора промыслового пресса f_i и от возрастной группы фактора селективности s_j : $F_{i,j} = f_i s_j$. Коэффициенты селективности нормированы: $0 < s_j \leq 1$. В настоящей работе зависимость коэффициентов селективности от возраста экспоненциально-логистическая:

$$s_a = \frac{\exp(\alpha\beta(\gamma - a))}{[1 - \beta(1 - \exp(\alpha(\gamma - a)))]},$$

где α, β, γ — параметры модели, a — возраст рыб.

Предварительные расчеты без предположения о сепарабельности, а также результаты других наших работ (Ильин, 2007, 2009) свидетельствуют о том, что указанный тип зависимости является хорошим приближением. Если селективность меняется во времени, сепарабельность может скрывать важные изменения в динамике запаса. Предполагается, по аналогии с Баттервортом (Butterworth et al., 2003), что

$$f_i = f_{i-1} \exp(\varepsilon_f^i),$$

и, кроме того,

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} \exp(\varepsilon_\alpha^i), \quad \beta_i = \beta_{i-1} \exp(\varepsilon_\beta^i), \quad \gamma_i = \gamma_{i-1} \exp(\varepsilon_\gamma^i).$$

Здесь ошибки $\varepsilon_f, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \varepsilon_\gamma$ характеризуют флуктуации промысловой смертности и параметров кривой коэффициента селективности.

Будем предполагать также, что данные наблюдений (фактические уловы по возрастным группам ($C_{i,j}$), оценки общей биомассы ($I_{i,k}$, $k = 1, 2$) и численности запаса ($I_{i,k}$, $k = 3, 4$) по данным траловых и акустических съемок, оценки нерестовой биомассы запаса по данным ихтиопланктонных съемок ($I_{i,k}$, $k = 5, 6$) и уловы на единицу промыслового усилия ($U_{i,k}$) отличаются от их модельных «аналогов» на случайную величину $\exp(\varepsilon_y)$:

$$C_{i,j} = \mu_{i,j} N_{i,j} \exp(\varepsilon_y^C)_{i,j}, \mu_{i,j} = \frac{F_{i,j}}{Z_{i,j}} (1 - S_{i,j}),$$

$$I_{i,k} = \left(q_k \sum_j w_{i,j} N_{i,j} S_{i,j}^{\Delta_k} \right) \exp(\varepsilon_y^{I_k})_i, k = 1, 2; I_{i,k} = \left(q_k \sum_j N_{i,j} S_{i,j}^{\Delta_k} \right) \exp(\varepsilon_y^{I_k})_i, k = 3, 4;$$

$$I_{i,k} = \left(q_k \sum_j p_{i,j} w_{i,j} N_{i,j} S_{i,j}^{\Delta_k} \right) \exp(\varepsilon_y^{I_k})_i, k = 5, 6; U_i = \left(q_U \sum_j s_j w_{i,j} N_{i,j} S_{i,j}^{\Delta_U} \right) \exp(\varepsilon_y^U)_i,$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

где $\Delta_{I_k}, k = 1 \dots 6$ — продолжительность времени от начала календарного года до времени проведения наблюдений (в долях от года), $q_k, k = 1 \dots 6$ и q_U — подлежащие оценке коэффициенты пропорциональности. Шум наблюдения ε_y учитывает совокупное влияние ошибок определения возраста, ошибки в самих уловах и данных прямого учета.

Здесь возможно использование информации об уловах по возрастным группам для нескольких типов орудий лова. Случай с индексом возрастной структуры запаса при соответствующем подборе возрастных коэффициентов легко сводится к рассмотренной схеме. Очевидно, возможно привлечение в предложенную схему стандартизованного промыслового усилия как индекса коэффициента промысловой смертности.

Для упрощения дальнейших выкладок соотношения модели логарифмируются и записываются в эквивалентной матричной форме в пространстве состояний:

$$X_i = G_{i-1}(X_{i-1}) + \varepsilon_{xi-1}, G_{i-1} = A_{i-1}X_{i-1} + D_{i-1}(X_{i-1}), i = 1, 2, \dots, n,$$

$$Y_i = B_i(X_i) + \varepsilon_{yi},$$

$$A_{i-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \dots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \underbrace{\hspace{1cm}}_{n_a} & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; D_i = \begin{vmatrix} \ln(a_i) \\ \ln(S_{i,1}) \\ \dots \\ \ln(S_{i,n_a-2}) \\ \ln(S_{i,n_a-1}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; X_i = \begin{vmatrix} \ln(N_{i,1}) \\ \ln(N_{i,2}) \\ \dots \\ \ln(N_{i,n_a-1}) \\ \ln(N_{i,n_a}) \\ \ln(f_i) \\ \ln(\alpha_i) \\ \ln(\beta_i) \\ \ln(\gamma_i) \end{vmatrix};$$

$$B_i(X_i) = \begin{vmatrix} X_{i,1} \\ \dots \\ X_{i,n_a} \\ \ln(\sum_j w_{i,j} e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_1}) \\ \ln(\sum_j w_{i,j} e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_2}) \\ \ln(\sum_j e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_3}) \\ \ln(\sum_j e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_4}) \\ \ln(\sum_j p_{i,j} w_{i,j} e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_5}) \\ \ln(\sum_j p_{i,j} w_{i,j} e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_6}) \\ \ln(\sum_j s_j w_{i,j} e^{X_{i,j}} S_{i,j}^{\Delta_U}) \end{vmatrix}; Y_i = \begin{vmatrix} \ln(C_{i,1}) - \ln(\mu_{i,1}) \\ \dots \\ \ln(C_{i,n_a}) - \ln(\mu_{i,n_a}) \\ \ln(I_{i,1}) - \ln(q_1) \\ \ln(I_{i,2}) - \ln(q_2) \\ \ln(I_{i,3}) - \ln(q_3) \\ \ln(I_{i,4}) - \ln(q_4) \\ \ln(I_{i,5}) - \ln(q_5) \\ \ln(I_{i,6}) - \ln(q_6) \\ \ln(U_i) - \ln(q_U) \end{vmatrix}.$$

Здесь вспомогательный параметр a_{i-1} выражает отношение численности рекрутов в i -м году к численности рекрутов в $i-1$ году, а коэффициент выживаемости $S_{i,j}$ зависит от вектора состояния следующим образом:

$$S_{i,j} = \exp(-Z_{i,j}), Z_{i,j} = M_{i,j} + F_{i,j},$$

$$F_{i,j} = \exp(X_{i,n_a+1}) \frac{\exp(\exp(X_{i,n_a+2}) \exp(X_{i,n_a+3}) (\exp(X_{i,n_a+4}) - j))}{[1 - \exp(X_{i,n_a+3}) (1 - \exp(\exp(X_{i,n_a+2}) (\exp(X_{i,n_a+4}) - j)))]},$$

$$i = 1, 2, \dots, N_y; j = 1, 2, \dots, n_a.$$

Отметим, что при отказе от предположения о сепарабельности в этой схеме расширенный вектор состояния будет включать численность и коэффициенты промысловой смертности по возрастным группам.

Относительно ошибок процесса и наблюдения $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ предполагается, что они взаимно независимы и имеют вид последовательностей нормального белого шума:

$$\varepsilon_{xi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon_{xi,2} \\ \dots \\ \varepsilon_{xi,n_a-1} \\ \varepsilon_{xi,n_a} \\ \varepsilon_f^i \\ \varepsilon_\alpha^i \\ \varepsilon_\beta^i \\ \varepsilon_\gamma^i \end{pmatrix}; \quad M\varepsilon_{xi}\varepsilon_{xj}^T = \text{diag}(\nu_{xi})\delta_{ij}; \quad \nu_{xi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_x \\ \dots \\ \sigma_x \\ \sigma_f \\ \sigma_\alpha \\ \sigma_\beta \\ \sigma_\gamma \end{pmatrix};$$

$$\varepsilon_{yi} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_y^C)_{i,1} \\ \dots \\ (\varepsilon_y^C)_{i,n_a} \\ (\varepsilon_y^{I1})_i \\ (\varepsilon_y^{I2})_i \\ (\varepsilon_y^{I3})_i \\ (\varepsilon_y^{I4})_i \\ (\varepsilon_y^{I5})_i \\ (\varepsilon_y^{I6})_i \\ (\varepsilon_y^U)_i \end{pmatrix}; \quad M\varepsilon_{yi}\varepsilon_{yj}^T = \text{diag}(\nu_{yi})\delta_{ij}; \quad \nu_{yi} = \begin{pmatrix} \sigma_{C1}^2 \\ \dots \\ \sigma_{Cn_a}^2 \\ \sigma_{I1}^2 \\ \sigma_{I2}^2 \\ \sigma_{I3}^2 \\ \sigma_{I4}^2 \\ \sigma_{I5}^2 \\ \sigma_{I6}^2 \\ \sigma_U^2 \end{pmatrix},$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, T — операция транспонирования, M — оператор математического ожидания. Здесь возможно представление дисперсий шумов в виде функций от года i и возраста j .

Для оценки вектора состояния запаса применяется фильтр первого порядка (обобщенный фильтр Калмана) (Сейдж, Мелс, 1976):

предиктор:

$$\hat{X}_i(-) = G_{i-1}(\hat{X}_{i-1}(+)),$$

$$R_i(-) = L_{i-1}R_{i-1}(+)L_{i-1}^T + \nu_{xi-1},$$

$$L_i = \|I_{k,j}^i\|, \quad l_{k,j}^i = \frac{\partial G_{i,k}}{\partial X_{i,j}} \Big|_{X_i = \hat{X}_i(+)},$$

корректор:

$$\begin{aligned}\hat{X}_i(+) &= \hat{X}_i(-) + \beta_i(Y_i - B_i(\hat{X}_i(-))), \\ R_i(+) &= (I - Q_i H_i) R_i(-), \\ Q_i &= R_i(-) H_i^T [H_i R_i(-) H_i^T + v_{yi}]^{-1}, \\ H_i &= \|h_{k,j}^i\|, \quad h_{k,j}^i = \left. \frac{\partial B_{i,k}}{\partial X_{i,j}} \right|_{X_i = \hat{X}_i(-)}.\end{aligned}$$

Здесь $R_i(-)$ и $R_i(+)$ — априорные и апостериорные ковариационные матрицы ошибок фильтрации.

Если дисперсии шумов не очень велики (т.е. линейная аппроксимация является хорошим приближением), то применение обобщенного фильтра Калмана дает решение задачи с высокой точностью.

Фильтрационные уравнения в форме предиктор-корректор дают рекуррентные оценки вектора состояния запаса при поступлении новых наблюдений Y , т.е. $\hat{X}_i(+) = M(X_i | Y_1, Y_2, \dots, Y_i)$.

Начальные условия:

$$M(X_0) = \hat{X}_0(+) = \hat{X}_0, \quad M(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0) = R_0(+) = R_0 —$$

задают начальную оценку расширенного вектора состояния и его ковариационную матрицу ошибок оценивания R_0 . Эти величины могут быть оцениваемыми параметрами модели либо заданы приближенно с большой начальной дисперсией ошибки оценивания. Они также могут быть определены приближенно, например, по результатам простейшего сепарабельного когортного анализа (Pope, Shepherd, 1982).

В настоящей работе начальный вектор состояния X_0 задается достаточно произвольно. Предполагается, что до начала промышленного освоения возрастная структура запаса минтая находилась в равновесии:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{0,j} &= \ln(N_0 \exp(-M_j)), \quad j = 1, \dots, n_a, \quad \hat{X}_{0,n_a+1} = \ln(f_0), \\ \hat{X}_{0,n_a+2} &= \ln(\alpha_0), \quad \hat{X}_{0,n_a+3} = \ln(\beta_0), \quad \hat{X}_{0,n_a+4} = \ln(\gamma_0),\end{aligned}$$

где $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, N_0, f_0$ — параметры, которые были определены приближенно из следующих соображений. Так как в начале рассматриваемого периода промысел был не развит, с учетом предварительных расчетов без предположения о сепарабельности приближенно приняли $\alpha_0 = 1,2$, $\beta_0 = 0,2$, $\gamma_0 = 7,0$. Значения $F_0 = 0,003/\text{год}$ и $N_0 = 11,0$ млрд экз. определили исходя из величины суммарного вылова минтая в 1963 г. и из предположения, что запас до начала промышленного освоения находился в равновесии на довольно высоком уровне (т.е. на уровне средней за последние 5 лет биомассы общего запаса по данным экспедиционных исследований ТИНРО-центра). Начальные дисперсии ошибки оценивания заданы равными 0,5 для всех компонент начального вектора состояния.

Оптимизируемыми параметрами являются вспомогательные коэффициенты α_i , начальные параметры кривой селективности $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$, коэффициенты пропорциональности q_i , а также дисперсии шумов процесса и наблюдения, если они не заданы заранее. Для североохотоморского минтая у нас, к сожалению, нет информации о дисперсиях ошибок процесса и наблюдения, поэтому здесь эти параметры — оцениваемые. Коэффициенты q_i , $i = 1, \dots, 5$ были приняты равными 1,0. В общем случае параметры N_0 и f_0 , определяющие начальное распределение численности и коэффициент промысловой смертности, также могут быть включены в вектор оцениваемых параметров. Отметим, что к существенному сокращению числа оцениваемых параметров (вспомогательных α_i) здесь может привести использование зависимостей «запас–пополнение», в том числе с учетом факторов среды и индексов численности годовиков.

Матрицы и векторы, входящие в представленные выше фильтрационные уравнения, зависят от вектора неизвестных параметров. Оценки неизвестных параметров определяются методом максимального правдоподобия:

$$-\frac{1}{2} \sum_i [(Y_i - B_i(\hat{X}_{i-1}(-)))^T J_i^{-1} (Y_i - B_i(\hat{X}_{i-1}(-))) + \ln(\det(J_i)))] \rightarrow \max,$$

$$J_i = H_i R_i(-) H_i^T + v_{yi},$$

где J_i — ковариационная матрица обновляющего процесса.

Фильтрационные уравнения дают формулы для оценки состояния запаса. Так, если параметры модели оценены, на следующий год, используя данные наблюдений, по этим формулам можно оценить текущее состояние без осуществления процедуры оптимизации. Пополнение можно брать на уровне среднего за несколько лет, в дальнейшем численность поколения будет корректироваться с учетом вновь поступивших наблюдений. Отметим также, что со временем ряды наблюдений будут увеличиваться и объем вычислений с использованием традиционных статистических когортных моделей, основанных на оптимизации целевой функции, будет неуклонно возрастать. Рассматриваемый в настоящей работе подход позволяет обойти эту проблему.

Алгоритм представленного метода оценки запасов североохотоморского минтая был реализован в виде скрипта под бесплатный статистический язык программирования R (<http://cran.r-project.org/>).

Результаты и их обсуждение

Максимизация функции правдоподобия осуществляется одним из трех численных методов оптимизации: Левенберга-Марквардта, наискорейшего спуска, сопряженных градиентов Флетчера-Ривза (Базара, Шетти, 1982). При различных начальных догадках относительно вектора оцениваемых параметров полученные оптимальные значения функции правдоподобия практически совпадали, а значения оцениваемых параметров оказывались довольно близкими.

Основные результаты расчетов представлены на рис. 2–4 и в таблице. Согласно модельным оценкам, во второй половине 1990-х гг. пресс промысла усилился, и запас оказался под угрозой перелома. Ситуацию усугубило появление во второй половине 1990-х и начале 2000-х гг. ряда поколений низкой урожайности. Затем, благодаря появлению в 2004–2005 гг. двух высокочисленных поколений и в какой-то мере своевременно принятым жестким мерам регулирования, к концу 2000-х гг. нерестовый запас североохотоморского минтая восстановился до уровня, который наблюдался в 80-е гг. прошлого столетия. На начало 2015 г. по модельным оценкам биомасса нерестового запаса составляла 6,38 млн т, общая биомасса — 9,38 млн т. Поколения 2010 и 2013 гг. оцениваются по модели как низкоурожайные, а поколение 2011 г. — высокочисленное.

Для сравнения — на рис. 2, 3 приведены оценки запаса, полученные с помощью программы «Синтез» (Ильин и др., 2014), которые легли в основу обоснования величины общедопустимого улова североохотоморского минтая на 2017 г. Результаты, полученные двумя методами, довольно близки, что неудивительно, так как в них используются фактически одни и те же соотношения и входные данные. Различия в оценках в первой половине моделируемого периода промысла объясняются тем, что в настоящей работе коэффициенты селективности (рис. 4) изменяются во времени, а в модели «Синтез» они стационарны. На рис. 4 можно проследить изменения в селективности, связанные с введением запрета промысла минтая донными травами в середине 1970-х гг., бесконтрольный (с огромными выбросами) лов в 1990-х гг., а также последствия введения в 2001 г. для Дальневосточного бассейна запрета (п. 18.3 в современной редакции Правил рыболовства для Дальневосточного рыбохозяйственного бассейна) на использование при специализированном промысле минтая во всех районах его добычи разноглубинных тралов без селективной вставки с квадратным расположением ячеи, устанавливаемой между мотенной частью трала и траловым мешком (кутцом).

Ошибка оценивания существенно снижается после 1998 г., когда размерность вектора наблюдений резко увеличивается (появляются данные траловых, акустических, ихтиопланктонных съемок ТИНРО-центра). При этом уменьшается дисперсия погрешности оценки сигнала и сужаются ее доверительные интервалы (см. рис. 2, 3).

Рис. 2. Исходные (1) и отфильтрованные (модельные, на начало года) данные траловых (А) и акустических съемок ТИНРО-центра (В), ихтиопланктонных съемок ТИНРО-центра (С) и КамчатНИРО (D) в сравнении с результатами, полученными по модели «Синтез» (3). 5 и 95 % — нижняя и верхняя границы доверительных интервалов

Fig. 2. Initial (1) and filtered (2, recalculated to the beginning of year) data of trawl (A) and acoustic (B) surveys conducted by TINRO, and ichthyoplankton surveys conducted by TINRO (C) and Kamchat-NIRO (D) vs. the «Synthesis» model data. Confidence interval 5 % and 95 % is shown

Рис. 3. Модельные промысловая биомасса (А), коэффициенты промысловой смертности (В), пополнение (С) и численность на начало терминального года (D) в сравнении с исходными данными об уловах на единицу промыслового усилия и результатами по модели «Синтез»: 1 — исходные данные, 2 — модель, 3 — модель «Синтез». 5 и 95 % — нижняя и верхняя границы доверительных интервалов

Fig. 3. Simulated by proposed model values of commercial biomass (A), fishery mortality rate (B), recruitment (C), and start abundance in the terminal year (D) vs. initial data on CPUE and estimates by the «Synthesis» model: 1 — initial data, 2 — proposed model, 3 — «Synthesis» model. Confidence interval 5 % and 95 % is shown

Рис. 4. Модельные коэффициенты селективности промысла североохотоморского минтая
Fig. 4. Model selectivity coefficients for the pollock fishery in the northern Okhotsk Sea

Оценки максимального правдоподобия (ОМП) и коэффициенты вариации (CV)
параметров модели
Estimates of the maximum likelihood (ОМП) and coefficients of variation (CV)
for the model parameters

Пара- метр	ОМП	CV	Пара- метр	ОМП	CV	Пара- метр	ОМП	CV	Пара- метр	ОМП	CV
α_{1963}	1,037	0,342	α_{1980}	0,885	0,283	α_{1997}	0,242	0,341	q_U	0,004	0,155
α_{1964}	1,086	0,344	α_{1981}	1,158	0,288	α_{1998}	9,510	0,296	q_{16}	0,357	0,077
α_{1965}	0,749	0,339	α_{1982}	1,078	0,311	α_{1999}	0,318	0,359	σ_N^2	0,010	0,002
α_{1966}	1,192	0,332	α_{1983}	0,985	0,336	α_{2000}	2,201	0,355	σ_f^2	0,092	0,321
α_{1967}	0,900	0,333	α_{1984}	1,430	0,319	α_{2001}	1,464	0,342	σ_a^2	0,093	0,259
α_{1968}	1,367	0,368	α_{1985}	0,778	0,298	α_{2002}	1,454	0,314	σ_β^2	0,096	0,282
α_{1969}	0,869	0,375	α_{1986}	0,741	0,300	α_{2003}	0,511	0,319	σ_γ^2	0,028	0,214
α_{1970}	1,066	0,354	α_{1987}	0,711	0,286	α_{2004}	0,693	0,339	σ_c^2	0,233	0,057
α_{1971}	0,880	0,330	α_{1988}	0,998	0,299	α_{2005}	2,072	0,350	σ_U^2	0,073	0,630
α_{1972}	0,651	0,317	α_{1989}	1,068	0,306	α_{2006}	0,898	0,357	σ_{11}^2	0,089	0,397
α_{1973}	0,949	0,334	α_{1990}	1,108	0,298	α_{2007}	1,154	0,342	σ_{12}^2	0,058	0,431
α_{1974}	1,078	0,335	α_{1991}	0,975	0,303	α_{2008}	0,524	0,367	σ_{13}^2	0,225	0,409
α_{1975}	1,334	0,351	α_{1992}	0,816	0,333	α_{2009}	2,414	0,392	σ_{14}^2	0,271	0,429
α_{1976}	1,721	0,319	α_{1993}	0,754	0,324	α_{2010}	0,477	0,367	σ_{15}^2	0,121	0,490
α_{1977}	1,281	0,305	α_{1994}	1,579	0,340	α_{2011}	2,237	0,375	σ_{16}^2	0,073	0,299
α_{1978}	0,939	0,279	α_{1995}	0,791	0,324	α_{2012}	0,643	0,528			
α_{1979}	0,814	0,293	α_{1996}	0,514	0,368	α_{2013}	0,194	0,606			

По модельным оценкам (см. таблицу) наиболее зашумлены данные об уловах по возрастным группам и данные о численности североохотоморского минтая по данным траловых (I_3) и акустических (I_4) съемок ТИНРО-центра.

На рис. 5 (слева) представлено изменение во времени следа ковариационной матрицы ошибки оценивания фильтра, который является скалярным выражением дисперсии расширенного вектора состояния. Видно, что большая заданная начальная дисперсия быстро убывает и в дальнейшем стабилизируется.

Рис. 5. След ковариационной матрицы ошибки оценивания (слева) и модельная динамика нерестовой биомассы при $F_0 = 0,0030/\text{год}$ и $N_0 = 11,0$ млрд экз. (1), $F_0 = 0,0100/\text{год}$ и $N_0 = 3,0$ млрд экз. (2), $F_0 = 0,0015/\text{год}$ и $N_0 = 20,0$ млрд экз. (3), $F_0 = 0,0160/\text{год}$ и $N_0 = 9,1$ млрд экз. (4) (справа)

Fig. 5. Trace of the covariance matrix for estimation error of the filtering (left) and modeled dynamics of spawning stock biomass (right) under $F_0 = 0.0030 \text{ year}^{-1}$ and $N_0 = 11.0 \cdot 10^9 \text{ sp.}$ (1), $F_0 = 0.0100 \text{ year}^{-1}$ and $N_0 = 3.0 \cdot 10^9 \text{ sp.}$ (2), $F_0 = 0.0015 \text{ year}^{-1}$ and $N_0 = 20.0 \cdot 10^9 \text{ sp.}$ (3), $F_0 = 0.0160 \text{ year}^{-1}$ and $N_0 = 9.1 \cdot 10^9 \text{ sp.}$ (4)

Нами была произведена серия расчетов с различными значениями F_0 , N_0 с целью выяснения влияния начальных условий на оценки запаса в терминальный год и на модельную динамику в целом. На рис. 5 (справа) представлены результаты при заданных приблизительно $F_0 = 0,0030/\text{год}$ и $N_0 = 11,0$ млрд экз., $F_0 = 0,0100/\text{год}$ и $N_0 = 3,0$ млрд экз., $F_0 = 0,0015/\text{год}$ и $N_0 = 20,0$ млрд экз. Еще один вариант ($F_0 = 0,0016/\text{год}$ и $N_0 = 9,1$ млрд экз.) получен после включения F_0 , N_0 в вектор оцениваемых параметров и их оценки из оптимизации функции правдоподобия. Как показывают расчеты, динамика ретроспективных оценок запаса быстро становится сопоставимой после корректировки по ихтиопланктонным съемкам КамчатНИРО (см. рис. 2, D). Изменение указанных параметров в широких пределах не оказывает существенного влияния на оценки запаса в терминальный год.

Заключение

В данной работе рассмотрен один из возможных модельных подходов к оценке состояния запасов минтая северной части Охотского моря на основе сепарабельной когортной модели. Оценка состояния запаса и неизвестных параметров модели сводится к решению совместной задачи субоптимальной фильтрации и идентификации.

Представленный подход позволяет привлекать для оценки состояния запаса различные данные промысловой статистики и прямого учета (в том числе и структурированные по возрасту). Модель учитывает изменение коэффициентов селективности промысла во времени. Перспективным направлением дальнейшего развития представленного подхода нам видится использование зависимостей «запас–пополнение», в том числе с учетом факторов среды и индексов численности годовиков, что позволит значительно сократить число оцениваемых параметров.

Оценки запаса североохотоморского минтая, полученные в настоящей работе, согласуются как с данными прямых наблюдений КамчатНИРО и ТИНРО-центра, так и с оценками по модели «Синтез», которые были использованы для обоснования ОДУ на 2017 г.

Предложенный подход может быть применен для оценки запасов и других промысловых гидробионтов, если имеющаяся доступная информация позволяет использование структурированных по возрасту моделей эксплуатируемого запаса.

Список литературы

- Базара М., Шетти К.** Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы : моногр. — М. : Мир, 1982. — 583 с.
- Балыкин П.А., Буслов А.В., Варкентин А.И. и др.** Межгодовая динамика запасов минтая восточной части Охотского моря и их современное состояние // Вопр. рыб-ва. — 2002. — Т. 3, № 4(12). — С. 667–674.
- Баранов Ф.И.** К вопросу о биологических основаниях рыбного хозяйства // Изв. отдела рыбоводства и науч.-промысл. исслед. — 1918. — Т. 1, вып. 1. — С. 84–128.
- Блинов В.В.** Моделирование естественной смертности рыб младших возрастных групп // Вопр. ихтиол. — 1977. — Т. 17, вып. 3(104). — С. 572–578.
- Буслов А.В., Бонк А.А., Варкентин А.И., Золотов А.О.** Определение недоучета вылова минтая и сельди: методические подходы и результаты // Тр. ВНИРО. — 2006. — Т. 146. — С. 322–328.
- Буслов А.В., Варкентин А.И.** Как усовершенствовать учет вылова минтая // Рыб. хозяйство. — 2000. — № 6. — С. 33–34.
- Варкентин А.И., Золотов А.О., Буслов А.В.** Недоучет вылова минтая как один из факторов снижения численности // Проблемы охраны и рационального использования биоресурсов Камчатки : докл. Второй Камчатской обл. науч.-практ. конф. — Петропавловск-Камчатский, 2000. — С. 13–16.
- Ильин О.И.** Задачи оптимизации в непрерывных моделях эксплуатируемых популяций с возрастной структурой : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Петропавловск-Камчатский, 2009. — 22 с.
- Ильин О.И.** Об одном методе определения оценки запасов и оптимального вылова популяции с возрастной структурой // Математическое моделирование и информационные технологии в исследованиях биоресурсов Мирового океана : тез. докл. Материалы отраслевого семинара : электрон. издание. — Владивосток : ОИТ ТИНРО-центра, 2007. — С. 13–16. <http://www.tinro.ru/vs2007/proceedings>.
- Ильин О.И., Иванов П.Ю.** Об одном модельном подходе к оценке состояния запасов камчатского краба *Paralithodes camtschaticus* западнокамчатского шельфа // Изв. ТИНРО. — 2015. — Т. 182. — С. 38–47.
- Ильин О.И., Сергеева Н.П., Варкентин А.И.** Оценка запасов и прогнозирование ОДУ восточнокамчатского минтая (*Theragra chalcogramma*) на основе предосторожного подхода // Тр. ВНИРО. — 2014. — Т. 151. — С. 62–74.
- Сейдж Э., Мелс Дж.** Теория оценивания и ее применение в связи и управлении : моногр. — М. : Связь, 1976. — 496 с. (Пер с англ.)
- Butterworth D.S., Ianelli J.N., Hilborn R.** A statistical model for stock assessment of southern bluefin tuna with temporal changes in selectivity // Afr. J. Mar. Sci. — 2003. — Vol. 25. — P. 331–361.
- Gunderson D.R., Dygert P.H.** Reproductive effort as a predictor of natural mortality rate // J. Cons. Int. Explor. Mer. — 1988. — Vol. 44. — P. 200–209.
- Pope J.G., Shepherd J.G.** A simple method for consistent interpretation of catch-at-age data // J. Cons. Int. Explor. Mer. — 1982. — Vol. 40. — P. 176–184.

Поступила в редакцию 19.04.16 г.